

室田 一雄・塩浦昭義：「離散凸解析と最適化アルゴリズム」朝倉書店の補足と訂正
(2013 年第 1 刷)

誤りを見つけた方は室田までお知らせくだされば有難く存じます。

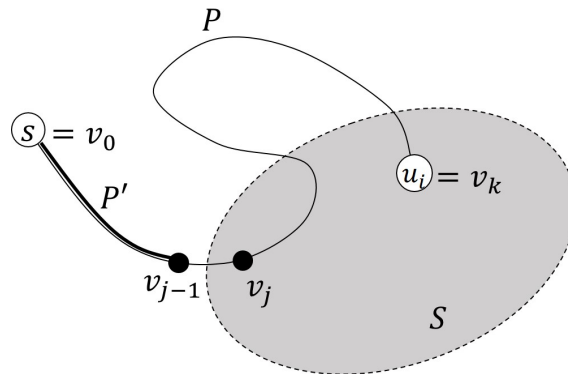
- 14 頁 下から 1 行目：

下記のカラバのアルゴリズムである。

⇒

下記のアルゴリズムであり，本書ではこれをカラバのアルゴリズムとよぶ。

- 28 頁 命題 2.12 の証明：下の図をご参照ください。



- 28 頁 11 行目：

有向路 P 上の頂点で， S に含まれ，かつ s に最も近いものを v_j とする

⇒

有向路 P 上の頂点で， S に含まれ，かつ s に最も近いものを v_j とする（すなわち， j は $v_j \in S$ を満たす最小の添え字）

- 30 頁 命題 2.14 の直前:

この事実より ⇒ この事実と定理 2.8 より

- 50 頁 4.2.1 節 2 行目：有向路 ⇒ 単純有向路

- 50 頁 4.2.1 節 3 行目：有向閉路 ⇒ 単純有向閉路

- 50 頁 定理 4.3： 有向路または有向閉路 ⇒ 単純有向路または単純有向閉路

- 51 頁 定理 4.3 の証明：証明を次のように入れ替えてください。

(証明) 以下では定理の主張を集合 E^+ の要素数に関する帰納法により証明する。 $|E^+| = 0$ の場合は $k = 0$ として成り立つので、以下、 $|E^+| > 0$ とする。

まず、 $S \subseteq E^+$ を満たす単純有向閉路 S が存在する場合を考える。 $\alpha = \min\{x(e) \mid e \in S\}$ とし、 $e_* \in S$ を $x(e_*) = \alpha$ となる枝とする。このとき $\alpha > 0$ であり、 x が整数値のときには α は整数になる。 $\hat{x} = x - \alpha e_S$ とおくと、 \hat{x} は $0 \leq \hat{x} \leq x$ を満たすフローである。さらに、 $\hat{x}(e_*) = 0$ が成り立つので、 $\{e \in E \mid \hat{x}(e) > 0\}$ に含まれる枝の本数は $|E^+| - 1$ 以下である。よって、帰納法の仮定により、 \hat{x} は $|E^+| - 1$ 個以下の単純有向路または単純有向閉路 S_1, S_2, \dots, S_k および正の実数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ を用いて

$$\hat{x} = \sum_{j=1}^k \alpha_j e_{S_j} \quad (*)$$

($k \leq |E^+| - 1$) と分解され、 S_j が単純有向路のときは、その始点 u と終点 v で $\partial \hat{x}(u) > 0$ と $\partial \hat{x}(v) < 0$ が成り立つ。一方、 S が単純有向閉路であることより、任意の頂点 $v' \in V$ に対して $\partial x(v') = \partial \hat{x}(v')$ が成り立つ。したがって、単純有向路 S_j の始点 u と終点 v に対して $\partial x(u) > 0$ と $\partial x(v) < 0$ が成り立つ。以上のことと $x = \hat{x} + \alpha e_S$ より、主張が示される。

つぎに、 E^+ に含まれる単純有向閉路が存在しない場合を考える。このとき、 E^+ の枝から成る単純有向路 S で、その始点 u_0 に入る E^+ の枝が存在せず、その終点 v_0 から出る E^+ の枝も存在しないようなものが存在する。このような単純有向路 S に対して、 $\alpha = \min\{x(e) \mid e \in S\}$ とし、 $e_* \in S$ を $x(e_*) = \alpha$ となる枝とする。このとき $\alpha > 0$ であり、 x が整数値のときには α は整数になる。 $\hat{x} = x - \alpha e_S$ とおくと、 \hat{x} は $0 \leq \hat{x} \leq x$ を満たすフローである。また、 u_0 に入る E^+ の枝がなく、 v_0 から出る E^+ の枝もないことから、

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq \partial \hat{x}(u_0) = \partial x(u_0) - \alpha < \partial x(u_0), \\ 0 \geq \partial \hat{x}(v_0) = \partial x(v_0) + \alpha > \partial x(v_0), \\ \partial \hat{x}(v') = \partial x(v') \quad (\forall v' \in V \setminus \{u_0, v_0\}) \end{array} \right\} \quad (**)$$

が成り立つ。さらに、 $\hat{x}(e_*) = 0$ より、 $\{e \in E \mid \hat{x}(e) > 0\}$ に含まれる枝の本数は $|E^+| - 1$ 以下である。よって、帰納法の仮定を適用することができ、式 (*) が成り立つ。ここで、 S_j が単純有向路ならば、その始点 u と終点 v で $\partial \hat{x}(u) > 0$ と $\partial \hat{x}(v) < 0$ が成り立つが、これと (**) より、 $\partial x(u) > 0$ と $\partial x(v) < 0$ が成り立つ。以上のことと $x = \hat{x} + \alpha e_S$ より、主張が示される。

- 53 頁 命題 4.4 証明 [(i) の証明]：言葉不足でしたので、補足します。

⇒

集合 S に含まれるすべての頂点 $u \neq s$ に対して式 (4.4) を足し合わせて、流量保存制約 (4.4) を用いると、

$$0 = \sum_{u \in S \setminus \{s\}} \left[\sum_{(u,v) \in \delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u) \in \delta^- u} x(v,u) \right]$$

が得られる。これに

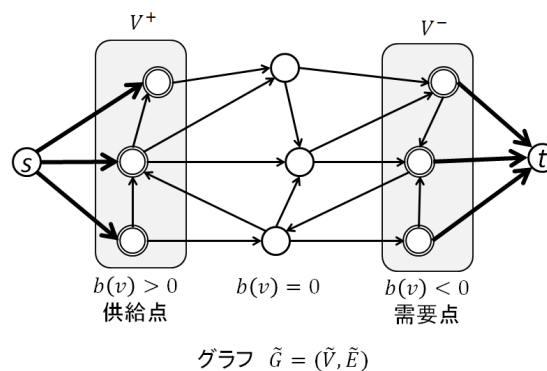
$$\partial x(s) = \left[\sum_{(s,v) \in \delta^+ s} x(s,v) - \sum_{(v,s) \in \delta^- s} x(v,s) \right]$$

を足すと、 $s \in S$ なので

$$\partial x(s) = \sum_{u \in S} \left[\sum_{(u,v) \in \delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u) \in \delta^- u} x(v,u) \right] = x(S,T) - x(T,S)$$

が得られる。

- 56 頁 命題 4.7 の証明の最後から 4 行目：
有向路または有向閉路 \implies 単純有向路または単純有向閉路
- 56 頁 命題 4.7 の証明の最後から 2 行目： 有向路 \implies 単純有向路
- 57 頁 12 行目：次のように言葉を補ってください。
ゆえに、任意の $(u,v) \in E(S,T)$ に対して
 \implies
ゆえに、元のグラフ G においては、任意の $(u,v) \in E(S,T)$ に対して
- 61 頁 定理 4.16: 下の図をご参照ください。



- 120 頁 12 行目 :

$$\sum_{(i,v) \in \delta_x^+ i} y(i,v) - \sum_{(u,i) \in \delta_x^- i} y(u,i) = \partial x(i) - \partial x'(i) = b(i) - b'(i) > 0$$

\implies

$$\sum_{(i,v) \in \delta_x^+ i} y(i,v) - \sum_{(u,i) \in \delta_x^- i} y(u,i) = \partial x'(i) - \partial x(i) = b'(i) - b(i) < 0$$

- 120 頁 13-14 行目 : 頂点 i を始点とし \implies 頂点 i を終点とし

- 120 頁 15 行目 :

$$\sum_{(j,v) \in \delta_x^+ j} y(j,v) - \sum_{(u,j) \in \delta_x^- j} y(u,j) < 0 \quad (9.9)$$

\implies

$$\sum_{(j,v) \in \delta_x^+ j} y(j,v) - \sum_{(u,j) \in \delta_x^- j} y(u,j) > 0 \quad (9.9)$$

- 120 頁 16 行目 : 頂点 j を終点とする \implies 頂点 j を始点とする

- 157 頁 命題 13.2: 二つ目の文を以下のように変更してください.

したがって, 貪欲アルゴリズムの反復回数は $\eta(p_0) \leq 2\Phi_g$ 以下である.

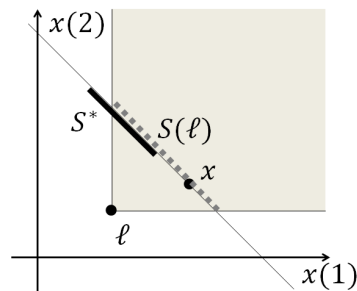
\implies

したがって, 貪欲アルゴリズムの反復回数は $\eta(p_0)$ に等しく, これは $2\Phi_g$ 以下である.

- 162 頁 (14.5) の $f_2(x) = f(x) + \Gamma|x(N) - r|$ が M 凸関数になる理由 :

注意 9.1 (113 頁) のようにして f, f_2 に対応する $n+1$ 変数の関数 \tilde{f}, \tilde{f}_2 を定義すると, $\tilde{f}_2(x_0, x) = \tilde{f}(x_0, x) + \Gamma|x(0) + r|$ となる. この右辺は, M 凸関数と分離凸関数の和の形であるから, M 凸関数である.

- 166 頁 図 14.1: 図が分かりにくかったので, 下の図に差し替えます. 点線で示した線分が $S(\ell)$ です.



- 187 頁 13 行目: $\{(1,3), (2,4)\}$ のみ \implies $\{(1,2), (3,4)\}$ のみ

- 189 頁 命題 15.6: $\|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2\| = \|x_1 - x_2\| - 2 \implies \|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2\|_1 = \|x_1 - x_2\|_1 - 2$
- 197 頁 脚注: この完全マッチングは最小重みとは限らない.

\implies この完全マッチングは最小重みであることを示すことができる.

(証明) 文献 [31] (K. Murota: Valuated matroid intersection, I: optimality criteria, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, **9**, 545–561, 1996) の 4.2 節の証明に基づいて, 以下のようにして証明できます.

Let Q be a negative cycle with the smallest number of arcs. Define B^+ and \bar{B}^+ as in Section 4.2 of [31]. Let

$$Q \cap A^+ = \{(u_i, v_i) \mid i = 1, \dots, m\},$$

which can be regarded as a perfect matching in $G(B^+, \bar{B}^+)$.

We show that $M = Q \cap A^+$ is a unique minimum γ -weight perfect matching in $G(B^+, \bar{B}^+)$. To prove this by contradiction, assume that there is a perfect matching $M' (\neq M)$ in $G(B^+, \bar{B}^+)$ with $\gamma(M') \leq \gamma(M)$. Let M' be such matching with minimum $|M' \setminus M|$.

The symmetric difference $M \Delta M'$ consists of several cycles in $G(B^+, \bar{B}^+)$. By the choice of M' with minimum $|M' \setminus M|$, $M \Delta M'$ is a single cycle. Let $q = |M' \setminus M| > 0$, and

$$M' \setminus M = \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\}, \quad M \setminus M' = \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\},$$

with $i_{q+1} = i_1$.

For $k = 1, 2, \dots, q$, let P_k be a path on the cycle Q from $v_{i_{k+1}}$ to u_{i_k} , and let Q_k be the cycle formed by $(u_{i_k}, v_{i_{k+1}})$ and P_k . We see that each cycle Q_k has a smaller number of arcs than Q . We will show that at least one of Q_k ($1 \leq k \leq q$) is a negative cycle, which is a contradiction to the choice of Q .

We have

$$\left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup (M \setminus M') = \left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = q'Q \quad (*)$$

for some q' with $0 < q' < q$, where $\bigcup_{k=1}^q P_k$ denotes the multiset union, and the expression $(*)$ means that each element of Q appears q' times on the left-hand side.

We also have

$$\left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup (M' \setminus M) = \left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = \bigcup_{k=1}^q Q_k. \quad (**)$$

By considering the γ weights of (*) and (**), we obtain

$$\sum_{k=1}^q \gamma(P_k) + \gamma(M \setminus M') = q' \gamma(Q),$$

$$\sum_{k=1}^q \gamma(P_k) + \gamma(M' \setminus M) = \sum_{k=1}^q \gamma(Q_k).$$

It follows from these expressions with $\gamma(M' \setminus M) - \gamma(M \setminus M') \leq 0$ that

$$\sum_{k=1}^q \gamma(Q_k) \leq q' \gamma(Q) < 0.$$

Hence, at least one of Q_k ($1 \leq k \leq q$) is a negative cycle, and it has a smaller number of arcs than Q . This is a contradiction to the choice of Q . (証明終)

- 202 頁 文献 20: (2003) \implies (2002)
- 202 頁 文献 21: この文献の改訂版が出版されました :
N. Katoh, A. Shioura, and T. Ibaraki: Resource allocation problems, in: P.M. Pardalos, D.-Z. Du, and R.L. Graham, eds. *Handbook of Combinatorial Optimization*, 2nd ed., Springer, Berlin, 2013, Vol. 5, 2897–2988.
- 203 頁 文献 44: to appear. \implies Series A, **145**, 163–177 (2014).
- 203 頁 文献 54: **23**, No.2 (2013), 掲載予定. \implies **23**, 233–252 (2013).
- 211 頁 (奥付): 室田一雄の略歴
現在 首都大学経済経営学系教授 \implies 2015 年 首都大学経済経営学系教授
現在 統計数理研究所特任教授
- 211 頁 (奥付): 塩浦昭義の現在の所属
東京工業大学大学院准教授 \implies 東京工業大学工学院教授

(以上)