

室田 一雄・塩浦昭義：「離散凸解析と最適化アルゴリズム」朝倉書店の補足と訂正  
(2016 年第 2 刷, 2018 年第 3 刷, 2020 年第 4 刷, 2021 年第 5 刷)

誤りを見つけた方は室田までお知らせくだされば有難く存じます.

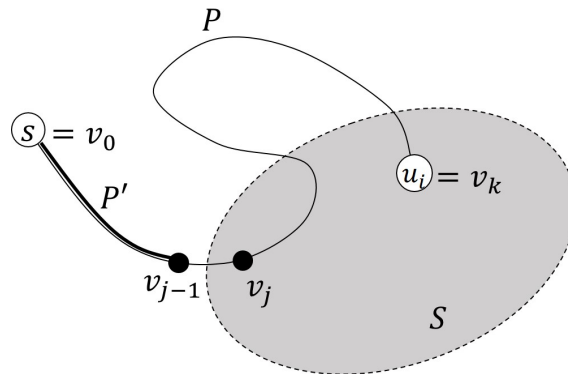
- 14 頁 下から 1 行目 :

下記のカラバのアルゴリズムである.

⇒

下記のアルゴリズムであり, 本書ではこれをカラバのアルゴリズムとよぶ.

- 28 頁 命題 2.12 の証明 : 下の図をご参照ください.



- 28 頁 11 行目 :

有向路  $P$  上の頂点で,  $S$  に含まれ, かつ  $s$  に最も近いものを  $v_j$  とする

⇒

有向路  $P$  上の頂点で,  $S$  に含まれ, かつ  $s$  に最も近いものを  $v_j$  とする (すなわち,  $j$  は  $v_j \in S$  を満たす最小の添え字)

- 50 頁 4.2.1 節 2 行目 : 有向路  $\implies$  単純有向路
- 50 頁 4.2.1 節 3 行目 : 有向閉路  $\implies$  単純有向閉路
- 50 頁 定理 4.3 : 有向路または有向閉路  $\implies$  単純有向路または単純有向閉路
- 51 頁 定理 4.3 の証明 : 証明を次のように入れ替えてください.

(証明) 以下では定理の主張を集合  $E^+$  の要素数に関する帰納法により証明する.  $|E^+| = 0$  の場合は  $k = 0$  として成り立つので, 以下,  $|E^+| > 0$  とする.

まず,  $S \subseteq E^+$  を満たす単純有向閉路  $S$  が存在する場合を考える.  $\alpha = \min\{x(e) \mid e \in S\}$  とし,  $e_* \in S$  を  $x(e_*) = \alpha$  となる枝とする. このとき  $\alpha > 0$  であり,  $x$  が整数値のときには  $\alpha$  は整数になる.  $\hat{x} = x - \alpha e_S$  とおくと,  $\hat{x}$  は  $0 \leq \hat{x} \leq x$  を満たすフローである. さらに,  $\hat{x}(e_*) = 0$  が成り立つので,  $\{e \in E \mid \hat{x}(e) > 0\}$  に含まれる枝の本数は  $|E^+| - 1$  以下である. よって, 帰納法の仮定により,  $\hat{x}$  は  $|E^+| - 1$  個以下の単純有向路または単純有向閉路  $S_1, S_2, \dots, S_k$  および正の実数  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  を用いて

$$\hat{x} = \sum_{j=1}^k \alpha_j e_{S_j} \quad (*)$$

( $k \leq |E^+| - 1$ ) と分解され,  $S_j$  が単純有向路のときは, その始点  $u$  と終点  $v$  で  $\partial \hat{x}(u) > 0$  と  $\partial \hat{x}(v) < 0$  が成り立つ. 一方,  $S$  が単純有向閉路であることより, 任意の頂点  $v' \in V$  に対して  $\partial x(v') = \partial \hat{x}(v')$  が成り立つ. したがって, 単純有向路  $S_j$  の始点  $u$  と終点  $v$  に対して  $\partial x(u) > 0$  と  $\partial x(v) < 0$  が成り立つ. 以上のことと  $x = \hat{x} + \alpha e_S$  より, 主張が示される.

つぎに,  $E^+$  に含まれる単純有向閉路が存在しない場合を考える. このとき,  $E^+$  の枝から成る単純有向路  $S$  で, その始点  $u_0$  に入る  $E^+$  の枝が存在せず, その終点  $v_0$  から出る  $E^+$  の枝も存在しないようなものが存在する. このような単純有向路  $S$  に対して,  $\alpha = \min\{x(e) \mid e \in S\}$  とし,  $e_* \in S$  を  $x(e_*) = \alpha$  となる枝とする. このとき  $\alpha > 0$  であり,  $x$  が整数値のときには  $\alpha$  は整数になる.  $\hat{x} = x - \alpha e_S$  とおくと,  $\hat{x}$  は  $0 \leq \hat{x} \leq x$  を満たすフローである. また,  $u_0$  に入る  $E^+$  の枝がなく,  $v_0$  から出る  $E^+$  の枝もないことから,

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \partial \hat{x}(u_0) &= \partial x(u_0) - \alpha < \partial x(u_0), \\ 0 \geq \partial \hat{x}(v_0) &= \partial x(v_0) + \alpha > \partial x(v_0), \\ \partial \hat{x}(v') &= \partial x(v') \quad (\forall v' \in V \setminus \{u_0, v_0\}) \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

が成り立つ. さらに,  $\hat{x}(e_*) = 0$  より,  $\{e \in E \mid \hat{x}(e) > 0\}$  に含まれる枝の本数は  $|E^+| - 1$  以下である. よって, 帰納法の仮定を適用することができ, 式 (\*) が成り立つ. ここで,  $S_j$  が単純有向路ならば, その始点  $u$  と終点  $v$  で  $\partial \hat{x}(u) > 0$  と  $\partial \hat{x}(v) < 0$  が成り立つが, これと (\*\*) より,  $\partial x(u) > 0$  と  $\partial x(v) < 0$  が成り立つ. 以上のことと  $x = \hat{x} + \alpha e_S$  より, 主張が示される.

- 53 頁 命題 4.4 証明 [(i) の証明] : 言葉不足でしたので, 補足します.

⇒

集合  $S$  に含まれるすべての頂点  $u \neq s$  に対して式 (4.4) を足し合わせて, 流量保存制約 (4.4) を用いると,

$$0 = \sum_{u \in S \setminus \{s\}} \left[ \sum_{(u,v) \in \delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u) \in \delta^- u} x(v,u) \right]$$

が得られる。これに

$$\partial x(s) = \left[ \sum_{(s,v) \in \delta^+ s} x(s,v) - \sum_{(v,s) \in \delta^- s} x(v,s) \right]$$

を足すと、 $s \in S$  なので

$$\partial x(s) = \sum_{u \in S} \left[ \sum_{(u,v) \in \delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u) \in \delta^- u} x(v,u) \right] = x(S,T) - x(T,S)$$

が得られる。

- 56 頁 命題 4.7 の証明の最後から 4 行目：

有向路または有向閉路  $\implies$  単純有向路または単純有向閉路

- 56 頁 命題 4.7 の証明の最後から 2 行目： 有向路  $\implies$  単純有向路

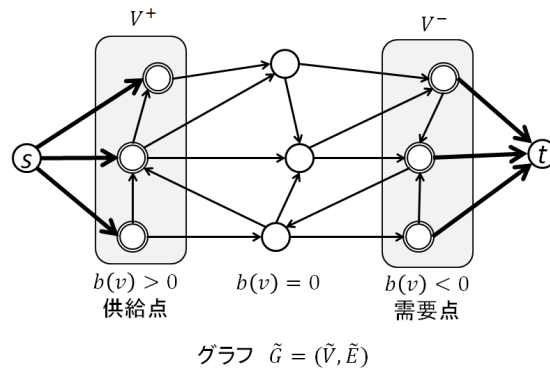
- 57 頁 12 行目：次のように言葉を補ってください。

ゆえに、任意の  $(u,v) \in E(S,T)$  に対して

$\implies$

ゆえに、元のグラフ  $G$  においては、任意の  $(u,v) \in E(S,T)$  に対して

- 61 頁 定理 4.16: 下の図をご参照ください。



- 120 頁 12 行目：

$$\sum_{(i,v) \in \delta_x^+ i} y(i,v) - \sum_{(u,i) \in \delta_x^- i} y(u,i) = \partial x(i) - \partial x'(i) = b(i) - b'(i) > 0$$

$\implies$

$$\sum_{(i,v) \in \delta_x^+ i} y(i,v) - \sum_{(u,i) \in \delta_x^- i} y(u,i) = \partial x'(i) - \partial x(i) = b'(i) - b(i) < 0$$

- 120 頁 13-14 行目：頂点  $i$  を始点とし  $\implies$  頂点  $i$  を終点とし

- 120 頁 15 行目：

$$\sum_{(j,v) \in \delta_x^+ j} y(j,v) - \sum_{(u,j) \in \delta_x^- j} y(u,j) < 0 \quad (9.9)$$

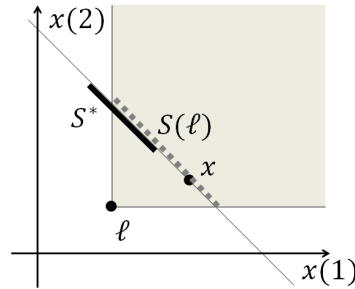
$\implies$

$$\sum_{(j,v) \in \delta_x^+ j} y(j,v) - \sum_{(u,j) \in \delta_x^- j} y(u,j) > 0 \quad (9.9)$$

- 120 頁 16 行目：頂点  $j$  を終点とする  $\implies$  頂点  $j$  を始点とする
- 162 頁 (14.5) の  $f_2(x) = f(x) + \Gamma|x(N) - r|$  が M 凸関数になる理由：

注意 9.1 (113 頁) のようにして  $f, f_2$  に対応する  $n+1$  変数の関数  $\tilde{f}, \tilde{f}_2$  を定義すると,  $\tilde{f}_2(x_0, x) = \tilde{f}(x_0, x) + \Gamma|x(0) + r|$  となる. この右辺は, M 凸関数と分離凸関数の和の形であるから, M 凸関数である.

- 166 頁 図 14.1: 図が分かりにくかったので, 下の図に差し替えます. 点線で示した線分が  $S(\ell)$  です.



- 187 頁 13 行目:  $\{(1,3), (2,4)\}$  のみ  $\implies$   $\{(1,2), (3,4)\}$  のみ
- 189 頁 命題 15.6:  $\|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2\| = \|x_1 - x_2\| - 2 \implies \|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2\|_1 = \|x_1 - x_2\|_1 - 2$
- 197 頁 脚注: この完全マッチングは最小重みとは限らない.

$\implies$  この完全マッチングは最小重みであることを示すことができる.

(証明) 文献 [31] (K. Murota: Valuated matroid intersection, I: optimality criteria, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, **9**, 545–561, 1996) の 4.2 節の証明に基づいて, 以下のようにして証明できます.

Let  $Q$  be a negative cycle with the smallest number of arcs. Define  $B^+$  and  $\overline{B}^+$  as in Section 4.2 of [31]. Let

$$Q \cap A^+ = \{(u_i, v_i) \mid i = 1, \dots, m\},$$

which can be regarded as a perfect matching in  $G(B^+, \overline{B}^+)$ .

We show that  $M = Q \cap A^+$  is a unique minimum  $\gamma$ -weight perfect matching in  $G(B^+, \overline{B}^+)$ . To prove this by contradiction, assume that there is a perfect matching  $M' (\neq M)$  in  $G(B^+, \overline{B}^+)$  with  $\gamma(M') \leq \gamma(M)$ . Let  $M'$  be such matching with minimum  $|M' \setminus M|$ .

The symmetric difference  $M \Delta M'$  consists of several cycles in  $G(B^+, \overline{B}^+)$ . By the choice of  $M'$  with minimum  $|M' \setminus M|$ ,  $M \Delta M'$  is a single cycle. Let  $q = |M' \setminus M| > 0$ , and

$$M' \setminus M = \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\}, \quad M \setminus M' = \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\},$$

with  $i_{q+1} = i_1$ .

For  $k = 1, 2, \dots, q$ , let  $P_k$  be a path on the cycle  $Q$  from  $v_{i_{k+1}}$  to  $u_{i_k}$ , and let  $Q_k$  be the cycle formed by  $(u_{i_k}, v_{i_{k+1}})$  and  $P_k$ . We see that each cycle  $Q_k$  has a smaller number of arcs than  $Q$ . We will show that at least one of  $Q_k$  ( $1 \leq k \leq q$ ) is a negative cycle, which is a contradiction to the choice of  $Q$ .

We have

$$\left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup (M \setminus M') = \left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = q'Q \quad (*)$$

for some  $q'$  with  $0 < q' < q$ , where  $\bigcup_{k=1}^q P_k$  denotes the multiset union, and the expression  $(*)$  means that each element of  $Q$  appears  $q'$  times on the left-hand side.

We also have

$$\left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup (M' \setminus M) = \left(\bigcup_{k=1}^q P_k\right) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = \bigcup_{k=1}^q Q_k. \quad (**)$$

By considering the  $\gamma$  weights of  $(*)$  and  $(**)$ , we obtain

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^q \gamma(P_k) + \gamma(M \setminus M') &= q' \gamma(Q), \\ \sum_{k=1}^q \gamma(P_k) + \gamma(M' \setminus M) &= \sum_{k=1}^q \gamma(Q_k). \end{aligned}$$

It follows from these expressions with  $\gamma(M' \setminus M) - \gamma(M \setminus M') \leq 0$  that

$$\sum_{k=1}^q \gamma(Q_k) \leq q' \gamma(Q) < 0.$$

Hence, at least one of  $Q_k$  ( $1 \leq k \leq q$ ) is a negative cycle, and it has a smaller number of arcs than  $Q$ . This is a contradiction to the choice of  $Q$ . (証明終)

- 202 頁 文献 20: (2003)  $\implies$  (2002)
- 202 頁 文献 21: この文献の改訂版が出版されました :  
N. Katoh, A. Shioura, and T. Ibaraki: Resource allocation problems, in: P.M. Pardalos, D.-Z. Du, and R.L. Graham, eds. *Handbook of Combinatorial Optimization*, 2nd ed., Springer, Berlin, 2013, Vol. 5, 2897–2988.
- 211 頁 (奥付): 室田一雄の略歴  
現在 首都大学経済経営学系教授  $\implies$  2015 年 首都大学経済経営学系教授  
現 在 統計数理研究所特任教授
- 211 頁 (奥付): 塩浦昭義の現在の所属  
東京工業大学大学院准教授  $\implies$  東京工業大学工学院教授

(以上)