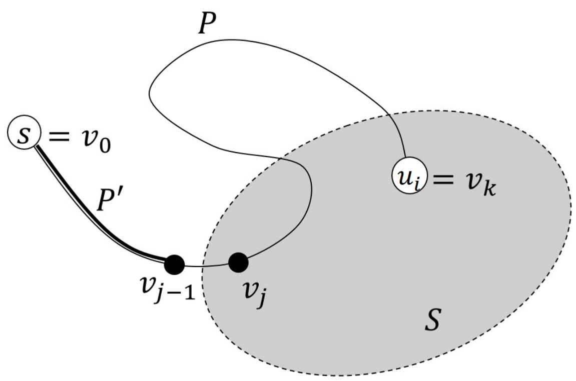
2024 年 8 月 28 日更新

室田 一雄・塩浦昭義：「離散凸解析と最適化アルゴリズム」朝倉書店の補足と訂正（2024 年第 6 刷）

誤りを見つけた方は室田までお知らせくだされば有難く存じます.

- 28 頁 命題 2.12 の証明：下の図をご参照ください.



- 28 頁 11 行目：

  有向路 P 上の頂点で，S に含まれ，かつ s に最も近いものを v_j とする

  $\Longrightarrow$

  有向路 P 上の頂点で，S に含まれ，かつ s に最も近いものを v_j とする（すなわち，j は $v_j \in S$ を満たす最小の添え字）

- 51 頁 定理 4.3 の証明：第 6 刷では正しいものになっています.

- 53 頁 命題 4.4 証明 [(i) の証明]：言葉不足でしたので，補足します.

  $\Longrightarrow$

  集合 S に含まれるすべての頂点 $u \neq s$ に対して式 (4.4) を足し合わせて，流量保存制約 (4.4) を用いると，

$$0 = \sum_{u \in S \setminus \{s\}} \left[\sum_{(u,v) \in \delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u) \in \delta^- u} x(v,u) \right]$$

  が得られる．これに

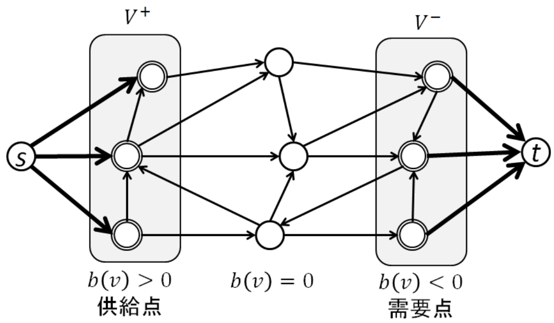
$$\partial x(s) = \left[\sum_{(s,v) \in \delta^+ s} x(s,v) - \sum_{(v,s) \in \delta^- s} x(v,s) \right]$$

を足すと，$s \in S$ なので

$$\partial x(s) \;=\; \sum_{u\in S}\left[\sum_{(u,v)\in\delta^+ u} x(u,v) - \sum_{(v,u)\in\delta^- u} x(v,u)\right] = x(S,T) - x(T,S)$$

が得られる．

- 61 頁 定理 4.16: 下の図をご参照ください．

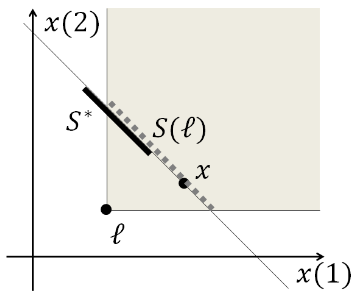


グラフ $\tilde{G} = (\tilde{V}, \tilde{E})$

- 162 頁 (14.5) の $f_2(x) = f(x) + \Gamma|x(N) - r|$ が M 凸関数になる理由：

  注意 9.1（113 頁）のようにして f, f_2 に対応する $n+1$ 変数の関数 $\tilde{f}$, $\tilde{f}_2$ を定義すると，$\tilde{f}_2(x_0, x) = \tilde{f}(x_0, x) + \Gamma|x(0) + r|$ となる．この右辺は，M 凸関数と分離凸関数の和の形であるから，M 凸関数である．

- 166 頁 図 14.1: 図が分かりにくかったので，下の図に差し替えます．点線で示した線分が $S(\ell)$ です．



- 197 頁 脚注: この完全マッチングは最小重みであることの証明

  文献 [31] (K. Murota: Valuated matroid intersection, I: optimality criteria, *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, **9**, 545–561, 1996) の 4.2 節の証明に基づいて，以下のようにして証明できます．

Let Q be a negative cycle with the smallest number of arcs. Define B^+ and $\overline{B}^+$ as in Section 4.2 of [31]. Let

$$Q \cap A^+ = \{(u_i, v_i) \mid i = 1, \dots, m\},$$

which can be regarded as a perfect matching in $G(B^+, \overline{B}^+)$.

We show that $M = Q \cap A^+$ is a unique minimum γ-weight perfect matching in $G(B^+, \overline{B}^+)$. To prove this by contradiction, assume that there is a perfect matching M' ($\neq M$) in $G(B^+, \overline{B}^+)$ with $\gamma(M') \leq \gamma(M)$. Let M' be such matching with minimum $|M' \setminus M|$.

The symmetric difference $M \Delta M'$ consists of several cycles in $G(B^+, \overline{B}^+)$. By the choice of M' with minimum $|M' \setminus M|$, $M \Delta M'$ is a single cycle. Let $q = |M' \setminus M| > 0$, and

$$M' \setminus M = \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\}, \quad M \setminus M' = \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\},$$

with $i_{q+1} = i_1$.

For $k = 1, 2, \dots, q$, let P_k be a path on the cycle Q from $v_{i_{k+1}}$ to u_{i_k}, and let Q_k be the cycle formed by $(u_{i_k}, v_{i_{k+1}})$ and P_k. We see that each cycle Q_k has a smaller number of arcs than Q. We will show that at least one of Q_k ($1 \leq k \leq q$) is a negative cycle, which is a contradiction to the choice of Q.

We have

$$(\bigcup_{k=1}^{q} P_k) \cup (M \setminus M') = (\bigcup_{k=1}^{q} P_k) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_k}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = q'Q \qquad (*)$$

for some q' with $0 < q' < q$, where $\bigcup_{k=1}^{q} P_k$ denotes the multiset union, and the expression $(*)$ means that each element of Q appears q' times on the left-hand side. We also have

$$(\bigcup_{k=1}^{q} P_k) \cup (M' \setminus M) = (\bigcup_{k=1}^{q} P_k) \cup \{(u_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \mid k = 1, 2, \dots, q\} = \bigcup_{k=1}^{q} Q_k. \qquad (**)$$

By considering the γ weights of $(*)$ and $(**)$, we obtain

$$\sum_{k=1}^{q} \gamma(P_k) + \gamma(M \setminus M') = q'\gamma(Q),$$
$$\sum_{k=1}^{q} \gamma(P_k) + \gamma(M' \setminus M) = \sum_{k=1}^{q} \gamma(Q_k).$$

It follows from these expressions with $\gamma(M' \setminus M) - \gamma(M \setminus M') \leq 0$ that

$$\sum_{k=1}^{q} \gamma(Q_k) \leq q'\gamma(Q) < 0.$$

Hence, at least one of Q_k $(1 \leq k \leq q)$ is a negative cycle, and it has a smaller number of arcs than Q. This is a contradiction to the choice of Q. (証明終)

- 202 頁 文献 21:　この文献の改訂版が出版されました：
  N. Katoh, A. Shioura, and T. Ibaraki: Resource allocation problems, in: P.M. Pardalos, D.-Z. Du, and R.L. Graham, eds. *Handbook of Combinatorial Optimization*, 2nd ed., Springer, Berlin, 2013, Vol. 5, 2897–2988.

(以上)