

# 目次

はじめに	1
<b>第 I 部 集合関数の離散凸解析</b>	<b>3</b>
<b>第 1 章 M 凹集合関数</b>	<b>4</b>
1.1 凸関数と凸集合	4
1.2 M 凹関数の定義	5
1.3 例	10
1.4 $M^{\sharp}$ 凹関数の最大化	13
1.5 選択関数	17
1.6 局所交換不等式	21
1.7 多重交換不等式	23
1.8 諸演算	24
1.9 マトロイド	29
<b>第 2 章 劣モジュラ性と M 凹性</b>	<b>32</b>
2.1 $M^{\sharp}$ 凹関数の劣モジュラ性	32
2.2 共役関数の劣モジュラ性	35
<b>第 3 章 M 凹関数の和の最大化</b>	<b>41</b>
3.1 問題の定義と最適性の条件	41
3.2 Fenchel 型双対定理	43
3.3 マトロイド階数関数の最大最小定理	45
3.4 多重交換不等式の証明	47

<b>第 4 章</b>	<b>マッチングと M 凹関数</b>	<b>51</b>
4.1	マッチングによる M 凹関数の変換	51
4.2	付値マトロイド付き割当問題	57
4.3	ポテンシャルによる最適性条件	59
4.4	負閉路による最適性条件	62
4.5	閉路消去アルゴリズム	65
<b>第 II 部</b>	<b>整数格子点上の離散凸関数</b>	<b>69</b>
<b>第 5 章</b>	<b>整数格子点上の M 凸関数</b>	<b>70</b>
5.1	整数格子点上の関数	70
5.2	$M^{\sharp}$ 凸関数	72
5.3	M 凸関数	77
5.4	例	78
5.5	準 M 凸関数	80
<b>第 6 章</b>	<b>各種の離散凸関数</b>	<b>82</b>
6.1	概観	82
6.2	整凸関数	84
6.3	L 凸関数	88
6.4	マルチモジュラ関数	100
6.5	離散凸概念の相互関係	103
<b>第 7 章</b>	<b>凸包と凸拡張</b>	<b>106</b>
7.1	離散凸集合の多面的側面	106
7.2	離散凸関数の凸拡張	115
<b>第 8 章</b>	<b>離散凸関数の演算</b>	<b>122</b>
8.1	変数の変換	122
8.2	制限と射影	125
8.3	直和と和	126
8.4	変数分割と変数集約	128
8.5	離散凸集合の Minkowski 和	131
8.6	離散凸関数の合成積	134
8.7	ネットワークによる変換	136

8.8	Minkowski 和の整数性とユニモジュラ行列	138
8.9	Shapley · Folkman の定理	143
<b>第 9 章</b>	<b>離散凸関数の最小化</b>	<b>146</b>
9.1	最適性の条件	146
9.2	スケーリングと近接定理	157
9.3	最小化集合	161
<b>第 10 章</b>	<b>共役性と双共役性</b>	<b>164</b>
10.1	連続世界の共役性の枠組み	164
10.2	離散変数関数の共役関数	166
10.3	各種の離散凸性の共役関係	170
10.4	双共役性	177
<b>第 11 章</b>	<b>Fenchel 型双対性</b>	<b>182</b>
11.1	M 凸関数の最大最小定理	182
11.2	最大最小定理の枠組み	187
11.3	L 凸関数の最大最小定理	191
11.4	整凸関数の最大最小定理	193
<b>第 12 章</b>	<b>離散 DC 関数</b>	<b>196</b>
12.1	離散 DC 関数の定義と例	196
12.2	Toland · Singer 型双対性	199
12.3	最適性条件	202
12.4	最小化アルゴリズム	205
<b>第 13 章</b>	<b>辞書式最適化と公平配分</b>	<b>208</b>
13.1	概念の定義	208
13.2	凸関数最小化による降順最小元の特徴づけ	210
13.3	降順列最小化に関する双対性	213
13.4	正準分割	215
13.5	離散と連続の関係	219
13.6	アルゴリズム	221
13.7	その他の離散凸集合上の降順列最小化	222
13.8	Lorenz 順序 (優越順序)	224

<b>第 III 部 経済学との接点</b>	<b>227</b>
<b>第 14 章 代替性と離散凸性</b>	<b>228</b>
14.1 経済学における $M^{\natural}$ 凹関数の役割	228
14.2 代替性と $M^{\natural}$ 凹関数	230
<b>第 15 章 不可分財の競争均衡</b>	<b>234</b>
15.1 不可分財市場のモデル	234
15.2 均衡の存在	235
15.3 均衡の計算	238
15.4 均衡の存在を保証する離散凸性	239
<b>第 16 章 取引ネットワーク</b>	<b>243</b>
16.1 取引ネットワークモデル	243
16.2 全代替性と歪 $M^{\natural}$ 凹関数	245
16.3 均衡の存在	249
<b>第 17 章 オークション</b>	<b>252</b>
17.1 概論	252
17.2 オークションのモデル	253
17.3 Lyapunov 関数による解析	255
17.4 繰り返しオークション (Lyapunov 関数法)	257
17.5 入札ベクトル方式の封印入札	261
<b>第 18 章 マッチング市場</b>	<b>264</b>
18.1 離散凹関数によるモデル	264
18.2 安定性の定義と安定解の存在	268
18.3 主定理の証明	269
18.4 $M^{\natural}$ 凹マッチングモデルの歴史	275
おわりに	277
参考文献	281
記号表	299
索引	303